

## Ayudantía 1

Fecha : 21 de abril de 2018

Semestre Otoño 2018

### Ejercicio

Dada la siguiente función de producción:

$$q = f(k,l) = (l^\rho + k^\rho)^{1/\rho}$$

Demostrar que se cumple que la elasticidad de sustitución viene dada por:

$$\sigma = \frac{1}{1-\rho}$$

**Solución:** sabemos que:

$$TMS = \frac{UM_{g_l}}{UM_{g_k}} = \frac{\frac{\partial q}{\partial l}}{\frac{\partial q}{\partial k}} = \frac{\left(\frac{1}{\rho}\right) * (l^\rho + k^\rho)^{(1/\rho)-1} * \rho * l^{\rho-1}}{\left(\frac{1}{\rho}\right) * (l^\rho + k^\rho)^{(1/\rho)-1} * \rho * k^{\rho-1}} = \left(\frac{l}{k}\right)^{\rho-1} = \left(\frac{k}{l}\right)^{1-\rho}$$

Además, se define:

$$\sigma = \frac{\Delta\% \left(\frac{k}{l}\right)}{\Delta\% TMS} = \frac{d\left(\frac{k}{l}\right) * TMS}{dTMS * \left(\frac{k}{l}\right)} = \frac{1}{\frac{dTMS}{d\left(\frac{k}{l}\right)}} * \frac{TMS}{\left(\frac{k}{l}\right)}$$

Donde:

$$\frac{dTMS}{d\left(\frac{k}{l}\right)} = (1-\rho) * \left(\frac{k}{l}\right)^{1-\rho-1} = (1-\rho) * \left(\frac{k}{l}\right)^{-\rho}$$

Entonces:

$$\sigma = \frac{1}{\frac{dTMS}{d\left(\frac{k}{l}\right)}} * \frac{TMS}{\left(\frac{k}{l}\right)} = \frac{1}{(1-\rho) * \left(\frac{k}{l}\right)^{-\rho}} * \frac{\left(\frac{k}{l}\right)^{1-\rho}}{\left(\frac{k}{l}\right)} = \frac{1}{(1-\rho)} * \frac{\left(\frac{k}{l}\right)^{1-\rho}}{\left(\frac{k}{l}\right)^{1-\rho}} \Rightarrow \sigma = \frac{1}{(1-\rho)} \text{ q. e. d.}$$

### Ejercicio propuesto

Considere la siguiente función de producción

$$q = f(k,l) = 2 * k + 3 * l$$

Además, en la economía se paga un salario fijo “w” al trabajo y un retorno al capital de “r”.

- Resuelva el problema que enfrenta la firma de minimización de costos cuando  $w = 1$  y  $r = 3$ .
- ¿Qué sucede si los precios de los factores cambian a  $w = 3$  y  $r = 1$ ?
- Grafique los dos casos anteriores.